

## Satz 5.47: Konvergenz (polynomiale L-Elemente)

Gegeben sei eine Familie von Lagrange–Finite–Element–Diskretisierungen im  $\mathbb{R}^d$  mit  $d \leq 3$  auf einer regulären Familie von Triangulierungen  $(\mathcal{T}_h)_h$ . Für die jeweiligen lokalen Ansatzräume  $P$  gelte  $\mathcal{P}_k \subset P$  für ein  $k \in \mathbb{N}$ .

a) Dann gibt es eine Konstante  $C > 0$ , so daß für alle  $v \in H^{k+1}(\Omega)$  und für alle  $0 \leq m \leq k + 1$  gilt:

$$|v - I_h(v)|_m = \left( \sum_{K \in \mathcal{T}_h} |v - I_K(v)|_{m,K}^2 \right)^{1/2} \leq C h^{k+1-m} |v|_{k+1}.$$

b) Liegt die Lösung  $u$  der in Abschnitt 5.2 betrachteten Randwertaufgabe in  $H^{k+1}(\Omega)$ , so folgt für die Galerkin–Lösung:

$$\|u - u_h\|_1 \leq C h^k |u|_{k+1}.$$

