# Satz 5.24: Regularität der schwachen Lösung

Es seien $\Omega$ ein beschränktes $C^2$–Gebiet und $\Gamma_3 = \partial\Omega$. Ferner gelte (5.5) und

$$k_{ij} \in C^1(\bar{\Omega}), \;\; c_i, r \in L^\infty(\Omega), \;\; f \in L^2(\Omega), \; (i,j = 1,\ldots,d).$$

Gibt es eine Funktion $w \in H^2(\Omega)$ mit $\gamma_0(w) = g_3$ auf $\Gamma_3$, so hat die Variationsgleichung aus Bemerkung 5.20 eine Lösung $u$, und für die Lösung $\tilde{u} = u + w$ von (5.4) mit inhomogenen Dirichlet–Randbedingungen (5.7c) gilt $\tilde{u} \in H^2(\Omega)$ und

$$\|\tilde{u}\|_2 \leq C\,(\|u\|_0 + \|f\|_0 + \|w\|_2)$$

mit einer Konstanten $C > 0$, die von $u$, $f$ und $w$ unabhängig ist.

**Beweis:** Gilbarg/Trudinger, Satz 8.12.