Bemerkung 3.19: Eine Klasse diskreter Probleme

Übertragung des diskreten Maximumprinzips auf allgemeine Probleme der Form

$$A_h \underline{u}_h = \underline{q}_h := -\widehat{A}_h \underline{\widehat{u}}_h + \underline{f}_h \tag{3.9}$$

mit $\underline{u}_h, \underline{f}_h \in I\!R^{M_1}$, $\underline{\widehat{u}}_h \in I\!R^{M_2}$, $A_h \in I\!R^{M_1 \times M_1}$, $\widehat{A}_h \in I\!R^{M_1 \times M_2}$,

$$\tilde{A}_h := (\, A_h \,|\, \widehat{A}_h \,) \in I\!R^{M_1 \times M} \quad \text{mit} \quad M := M_1 + M_2 \,.$$

Voraussetzungen (3.10)

(1) $(A_h)_{rr} > 0$, $(\, r = 1, \ldots, M_1 \,)$,

(2) $(A_h)_{rs} \leq 0$, $(\, r, s = 1, \ldots, M_1, \;\; r \neq s \,)$,

(3) $\sum_{s=1}^{M_1} (A_h)_{rs} \geq 0$, $(\, r = 1, \ldots, M_1 \,)$ und für mindestens einen Index r gilt die echte Ungleichung,

(4) A_h ist irreduzibel,

(5) $(\tilde{A}_h)_{rs} \leq 0$, $(\, r = 1, \ldots, M_1, \;\; s = M_1 + 1, \ldots, M \,)$,

(6) $\sum_{s=1}^{M} (\tilde{A}_h)_{rs} \geq 0$, $(\, r = 1, \ldots, M_1 \,)$,

(7) Für jedes $s = M_1 + 1, \ldots, M$ existiert ein $r \in \{1, \ldots, M_1\}$ mit $(\tilde{A}_h)_{rs} \neq 0$.