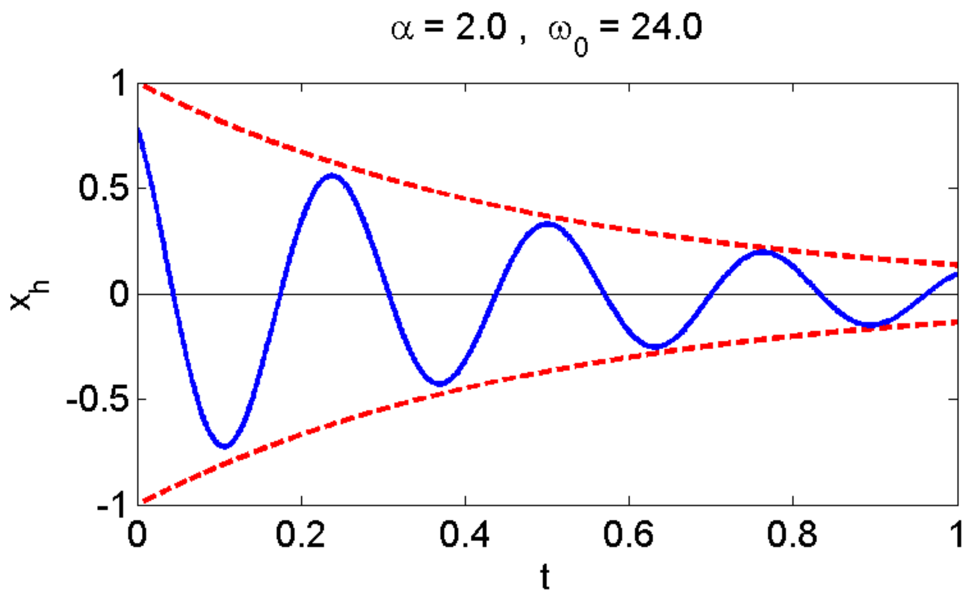
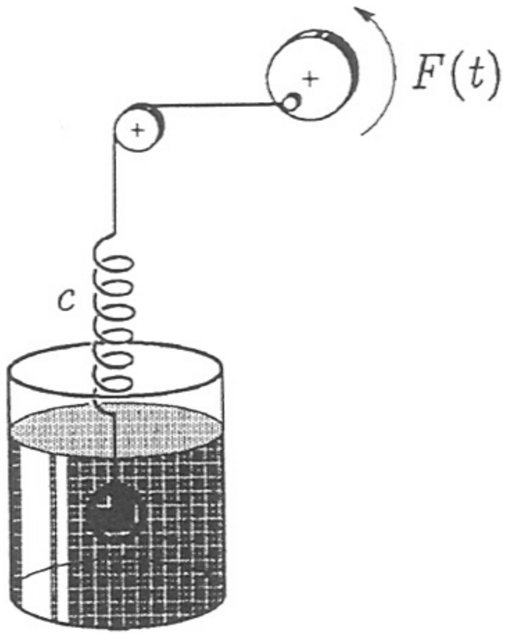
Bemerkung 5.16: Lineare mechanische Schwingungen

Aufgabenstellung

$$\boxed{\ddot{x}(t) + 2\alpha\dot{x}(t) + \omega_0^2 x(t) = 0}$$

Periodischer Fall ($\alpha^2 - \omega_0^2 < 0$): $\quad x_h(t) = Ce^{-\alpha t}\cos(\omega_1 t - \delta)$





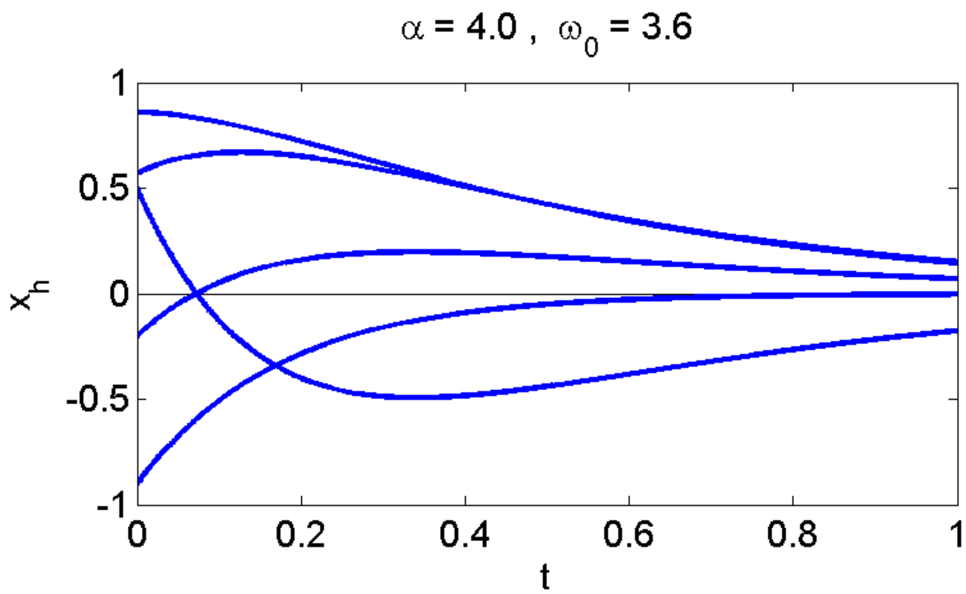
Bemerkung 5.16: Lineare mechanische Schwingungen (II)

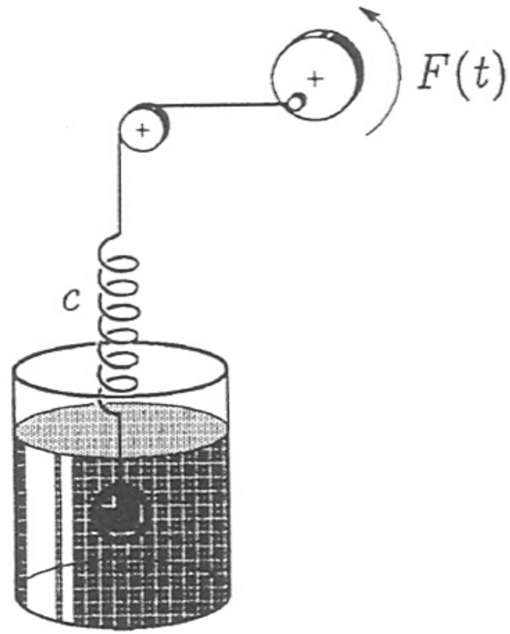
Aufgabenstellung

$$\boxed{\ddot{x}(t) + 2\alpha\dot{x}(t) + \omega_0^2 x(t) = 0}$$

$$\beta := \sqrt{\alpha^2 - \omega_0^2}$$

Aperiodischer Fall ($\alpha^2 - \omega_0^2 > 0$): $\quad x_h(t) = c_1 e^{(-\alpha+\beta)t} + c_2 e^{(-\alpha-\beta)t}$



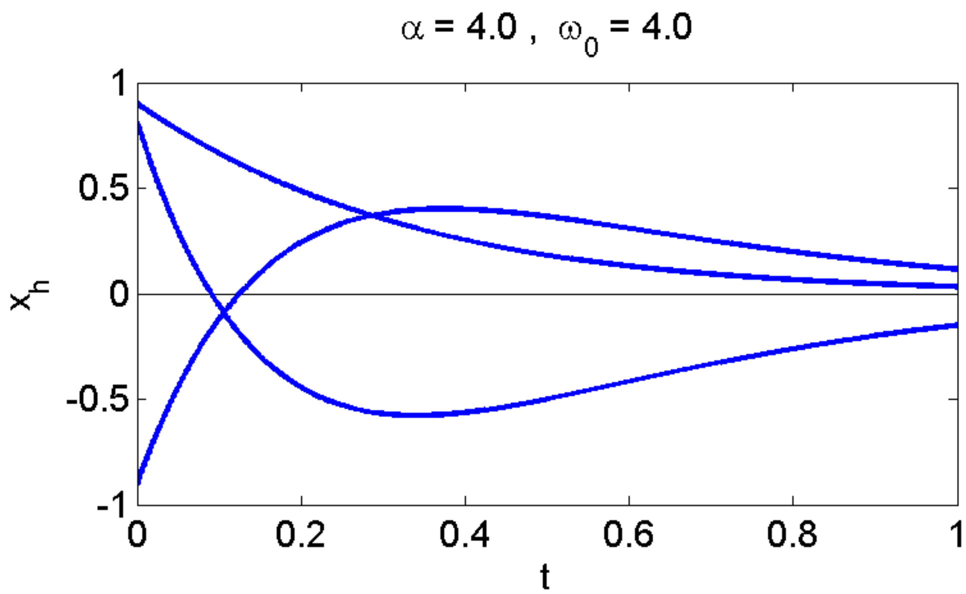


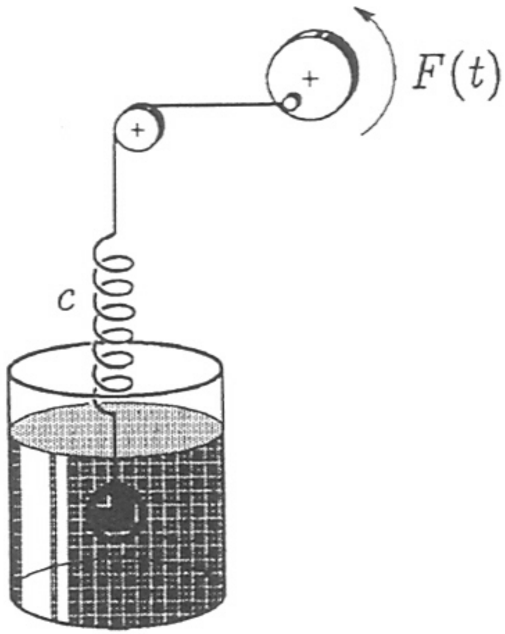
Bemerkung 5.16: Lineare mechanische Schwingungen (III)

Aufgabenstellung

$$\boxed{\ddot{x}(t) + 2\alpha\dot{x}(t) + \omega_0^2 x(t) = 0}$$

Aperiodischer Grenzfall ($\alpha^2 = \omega_0^2$): $\quad x_h(t) = (c_1 + c_2 t)\,\mathrm{e}^{-\alpha t}$





Bemerkung 5.16: Lineare mechanische Schwingungen (IV)

Aufgabenstellung

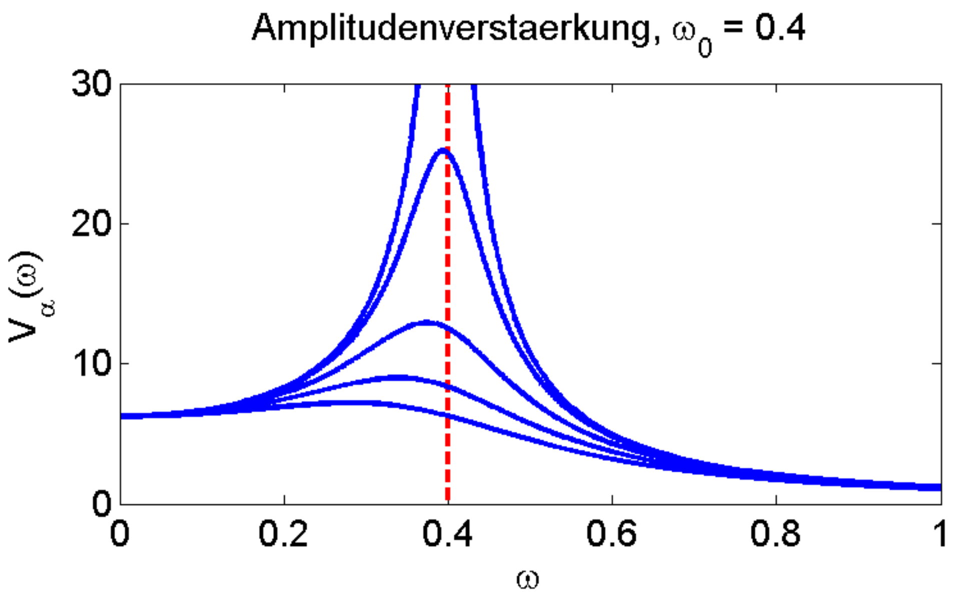
$$\boxed{\ddot{x}(t) + 2\alpha\dot{x}(t) + \omega_0^2 x(t) = A\cos\omega t}$$

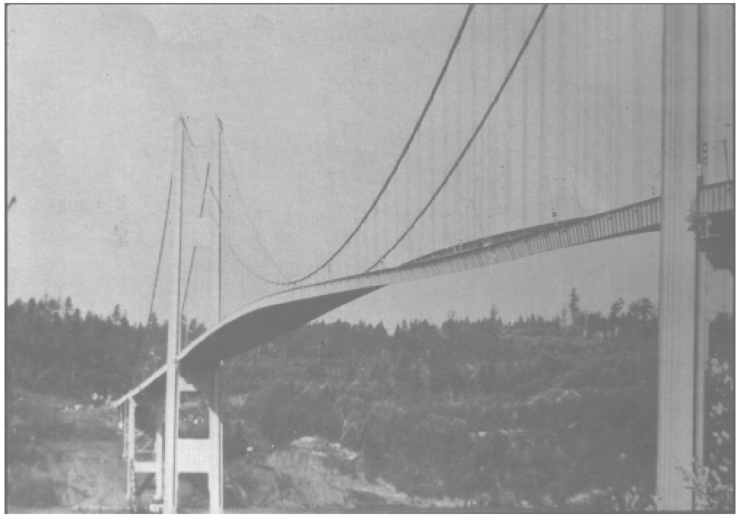
Partikuläre Lösung

$$x_0(t) = \frac{A}{\sqrt{(\omega_0^2-\omega^2)^2 + 4\alpha^2\omega^2}}\cos(\omega t - \varphi), \quad \varphi = \arctan\frac{2\alpha\omega}{\omega_0^2-\omega^2}$$

Amplitudenverstärkung

$$V_\alpha(\omega) = \frac{1}{\sqrt{(\omega_0^2-\omega^2)^2 + 4\alpha^2\omega^2}}$$





http://www.cornelsen.de/physikextra/htdocs/Resonanz.html

Modul M2: Vorlesung vom 7. Dezember 2004

Inhalt

- Lineare mechanische Schwingungen, Resonanz
- Systeme gewöhnlicher Differentialgleichungen 1. Ordnung
- Lineare Systeme gewöhnlicher Differentialgleichungen 1. Ordnung

ToDo

- Übungsblatt 5
- Wiederholung: periodischer und aperiodischer (Grenz-)Fall, Resonanz

Lust auf mehr ?

- Ausführlich dokumentierte Anwendungsbeispiele: Meyberg/Vachenauer, Heuser
- Resonanzkatastrophe: Tacoma Bridge (1940)