Bemerkung 4.2: Beispiel Arenstorf-Orbit

Beispiel Beschränktes Drei-Körper-Problem (Arenstorf-Orbit)

Bewegungsgleichungen

$$\begin{aligned} y_1''(t) &= y_1 + 2y_2' - \bar{\mu}\frac{y_1+\mu}{D_1} - \mu\frac{y_1-\bar{\mu}}{D_2}\,, \\ y_2''(t) &= y_2 - 2y_1' - \bar{\mu}\frac{y_2}{D_1} - \mu\frac{y_2}{D_2}\,, \end{aligned}$$

$$D_1 = ((y_1+\mu)^2 + y_2^2)^{3/2}\,, \quad D_2 = ((y_1-\bar{\mu})^2 + y_2^2)^{3/2}\,,$$

$$\mu = 0.012277471\,, \;\; \bar{\mu} = 1-\mu\,.$$

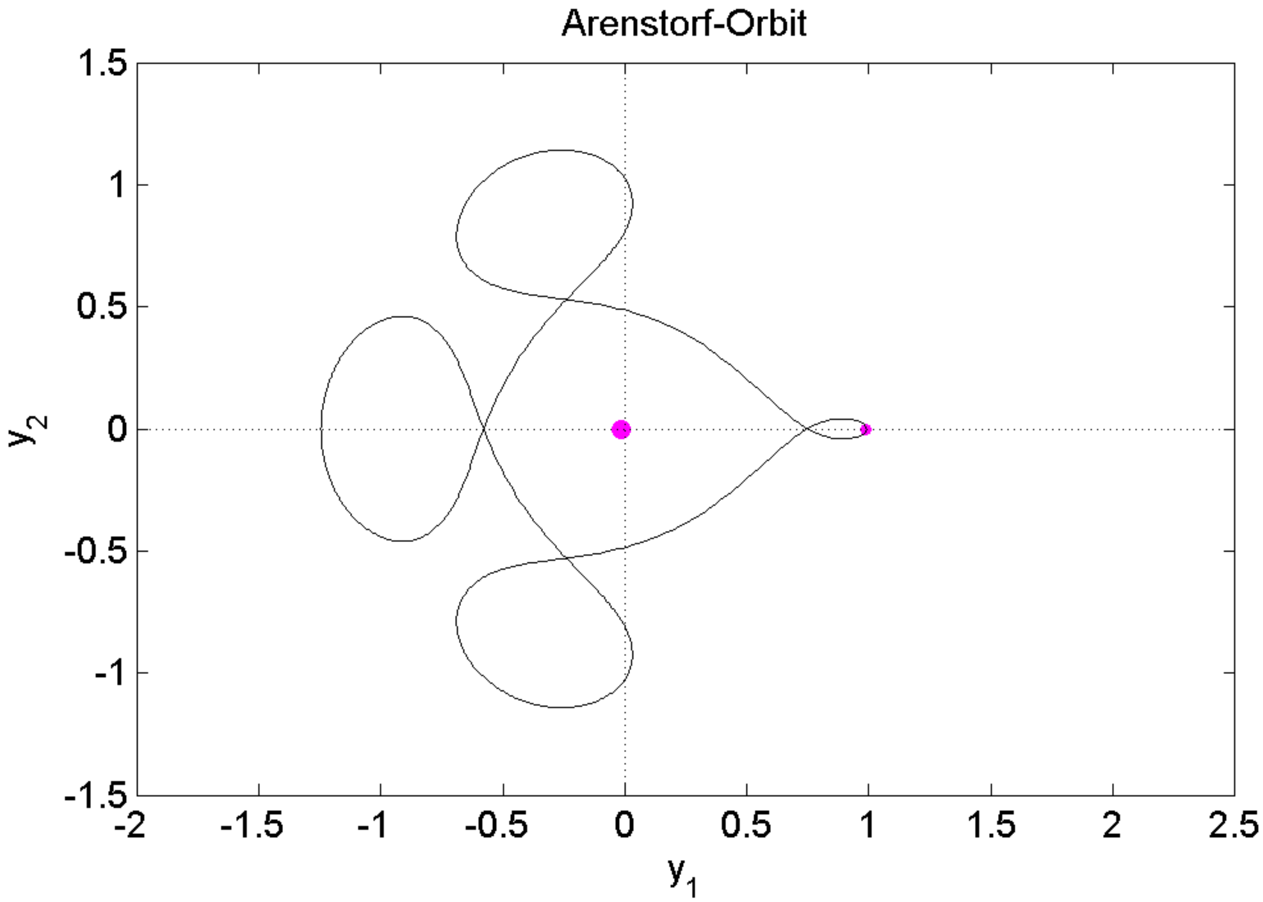
Anfangswerte

$$\begin{aligned} y_1(0) &= 0.994\,, \quad y_1'(0) = 0\,, \quad y_2(0) = 0\,, \\ y_2'(0) &= -2.00158510637908552 24\,, \\ t_e &= 17.0652165601579625588 9\,. \end{aligned}$$

Bemerkung 4.2: Beispiel Arenstorf-Orbit (II)

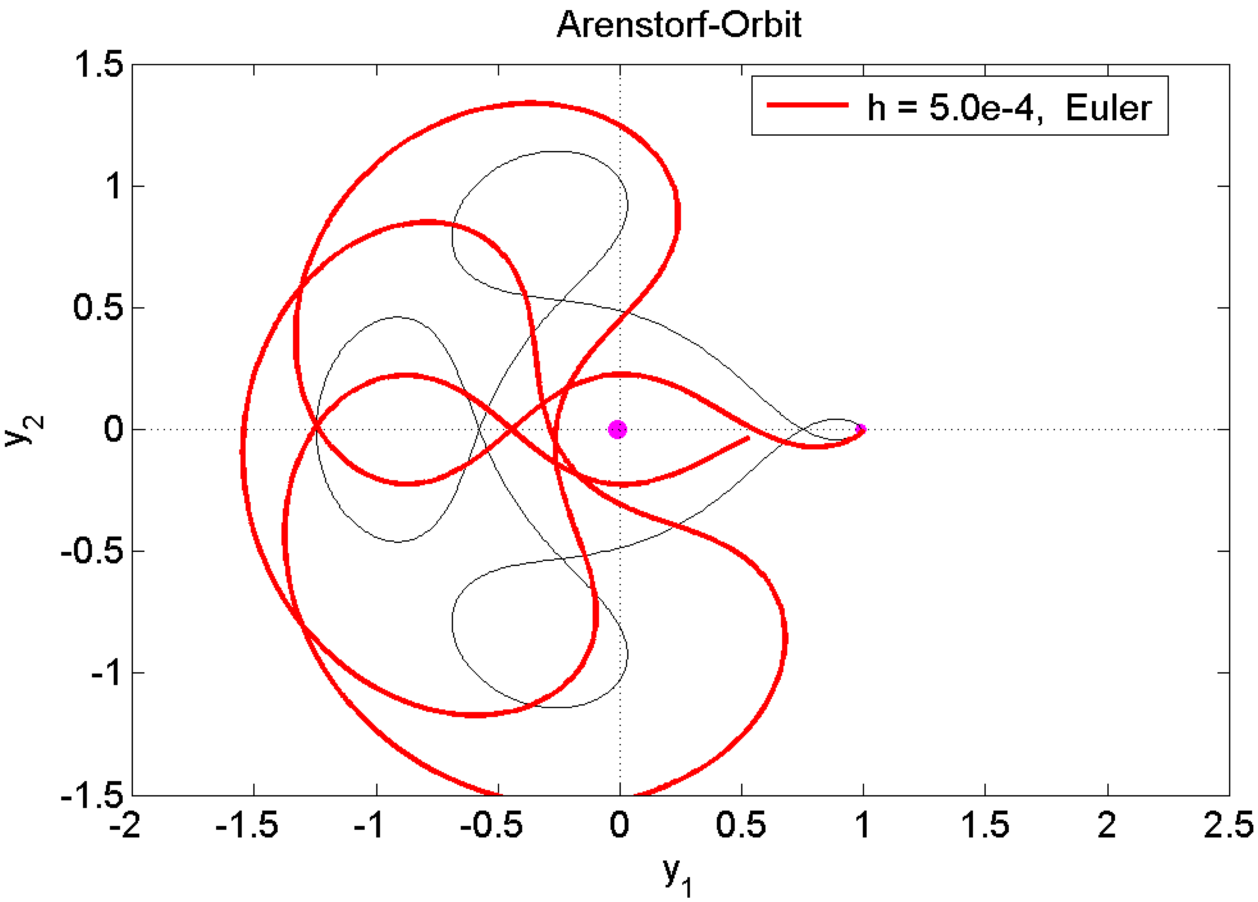
Literatur

E. Hairer, S. Nørsett, G. Wanner:
Solving Ordinary Differential Equations I, Springer-Verlag, 1993.



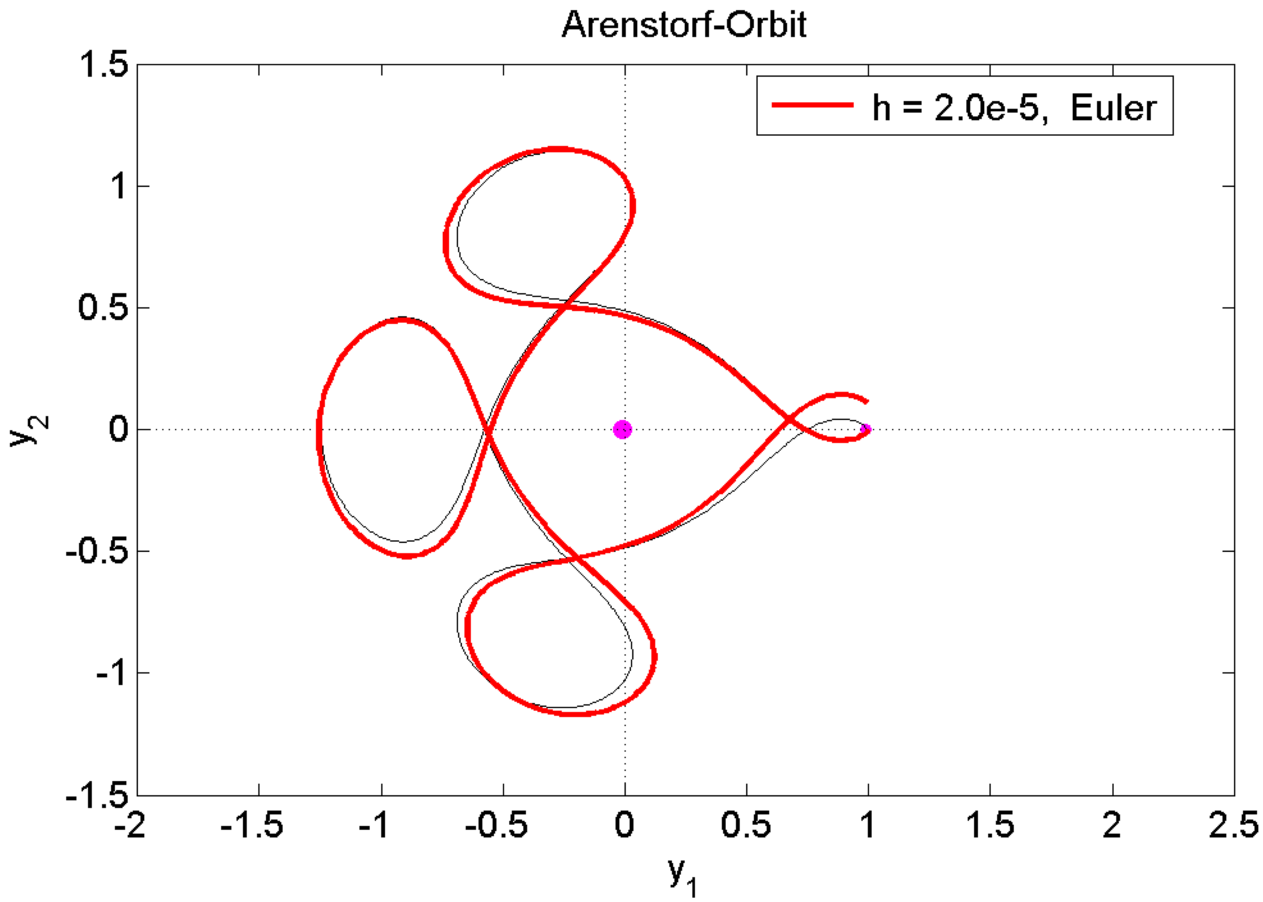
Bemerkung 4.2: Beispiel Arenstorf-Orbit (III)

Numerische Lösung   Explizites Euler-Verfahren, „große“ Schrittweite



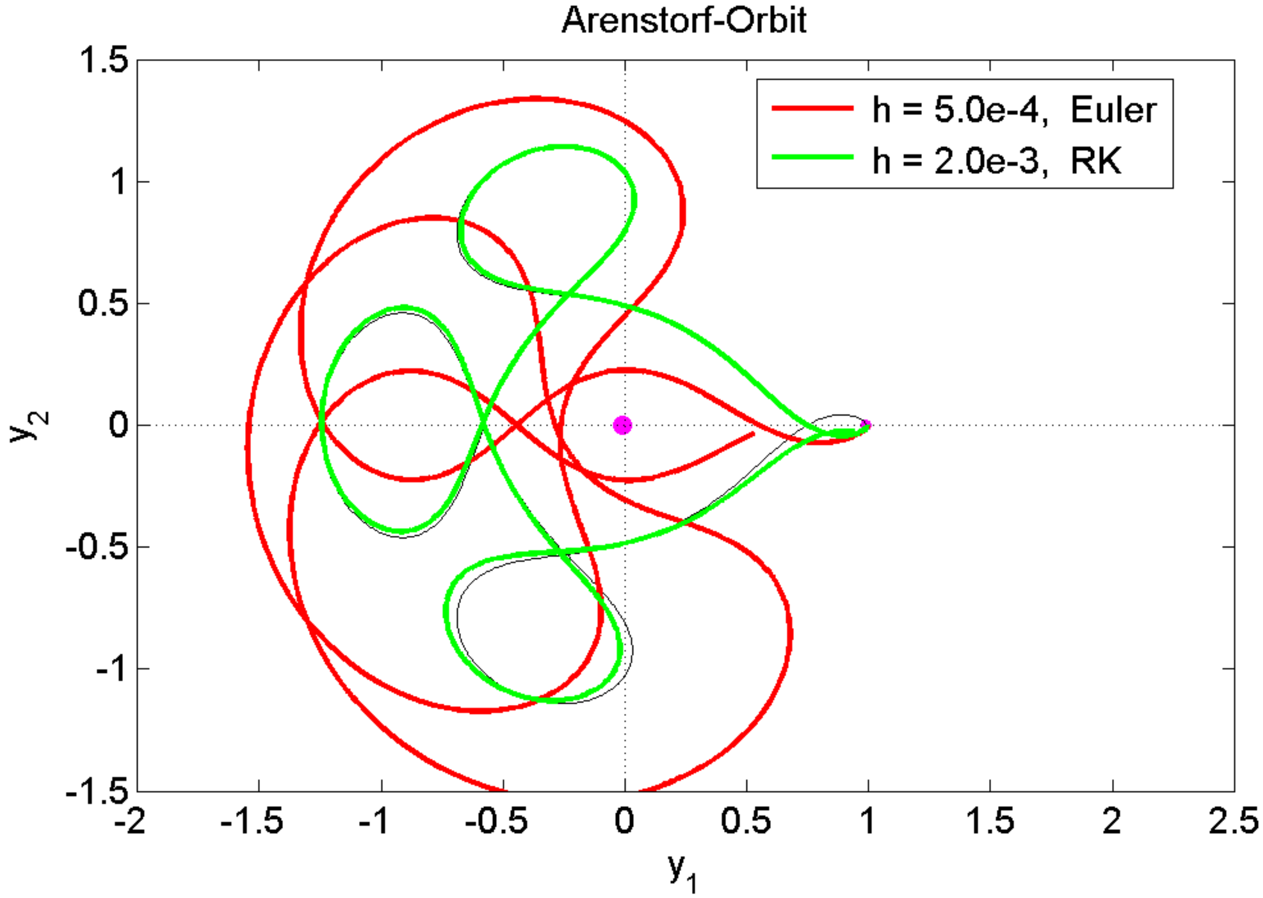
Bemerkung 4.2: Beispiel Arenstorf-Orbit (IV)

Numerische Lösung   Explizites Euler-Verfahren, „kleine“ Schrittweite



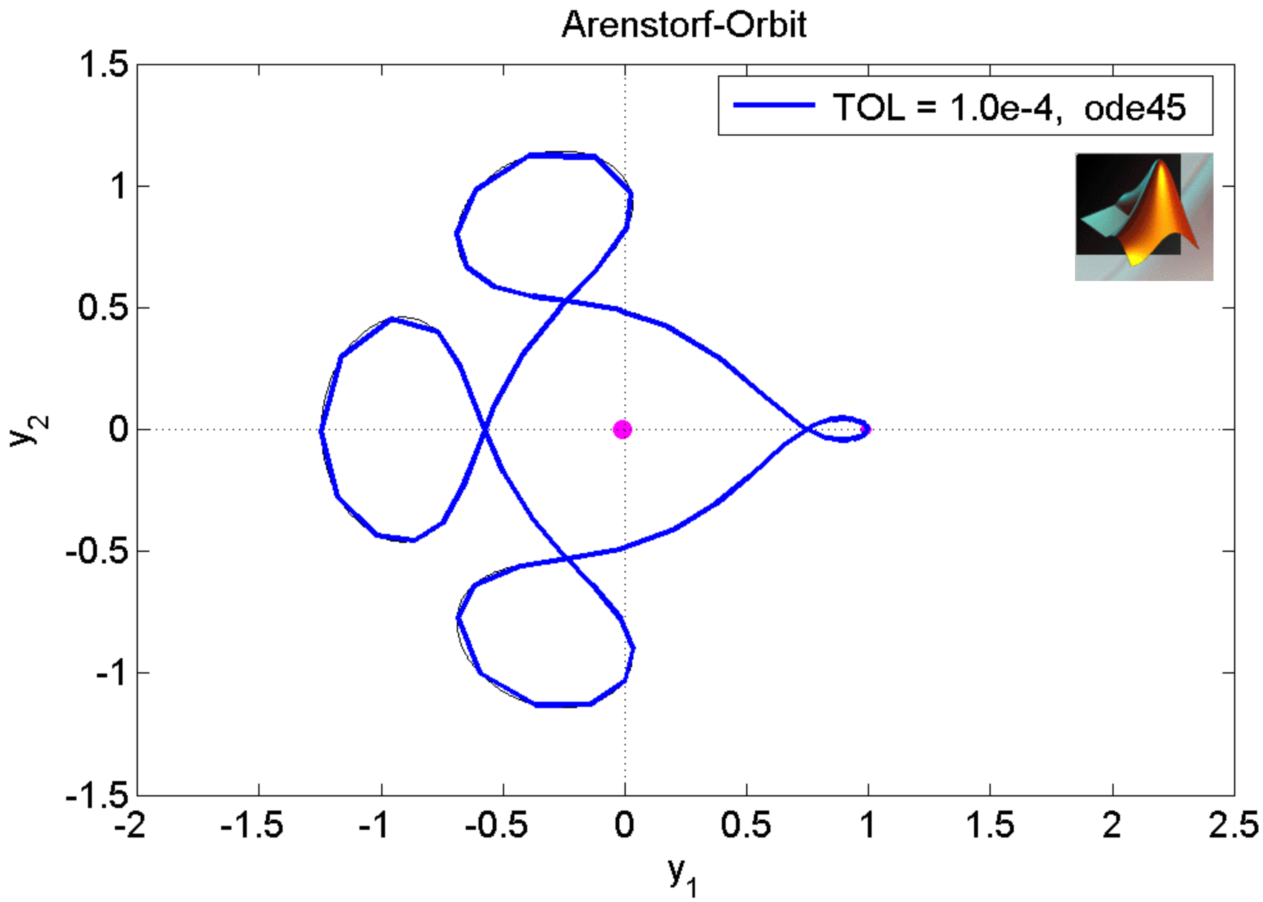
Bemerkung 4.2: Beispiel Arenstorf-Orbit (V)

Numerische Lösung Klassisches Runge-Kutta-Verfahren



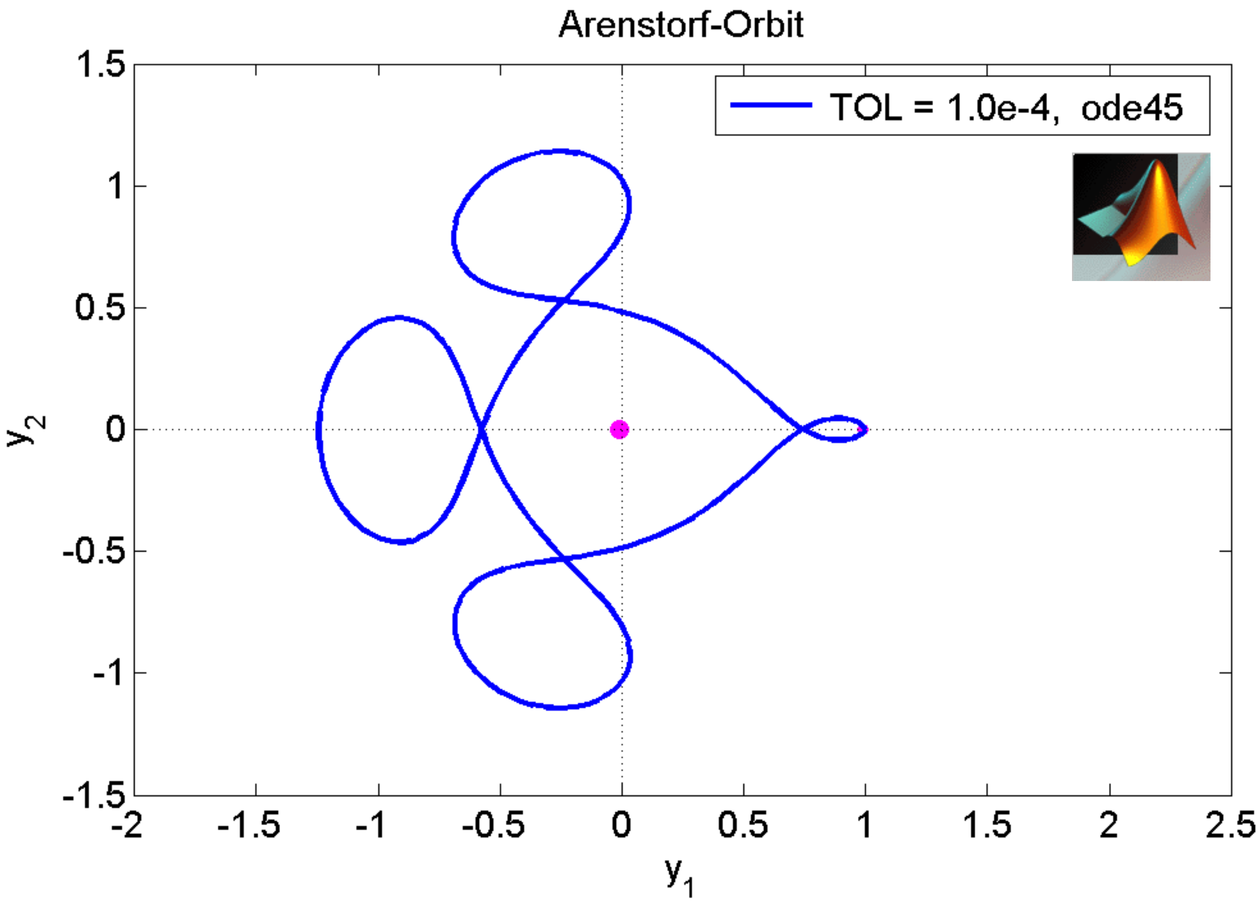
Bemerkung 4.2: Beispiel Arenstorf-Orbit (VI)

Numerische Lösung   Verfahren 5. Ordnung von Dormand und Prince



Bemerkung 4.2: Beispiel Arenstorf-Orbit (VII)

Numerische Lösung   Verfahren 5. Ordnung von Dormand und Prince



Stetige Abhängigkeit von Eingangsgrößen

Anfangswertproblem

$$\boxed{y'(x) = f(x,y)\,, \quad (\, x \in [x_0, x_e]\,)\,, \qquad y(x_0) = y_0} \qquad (**)$$

Einfluss von Störungen Gegeben sei $\hat{y}(x) \in C^1[x_0, x_e]$ mit

$$\boxed{\hat{y}'(x) = f(x,\hat{y}) + \delta(x)\,, \quad (\, x \in [x_0, x_e]\,)\,, \qquad \hat{y}(x_0) = \hat{y}_0}$$

Satz 3.8 Stetige Abhängigkeit der Lösung von den Eingangsgrößen

$$|\hat{y}(x) - y(x)| \le \mathrm{e}^{L(x-x_0)} |\hat{y}_0 - y_0| + \frac{\mathrm{e}^{L(x-x_0)} - 1}{L} \cdot \max_{x_0 \le \xi \le x} |\delta(\xi)|$$

Modul M2: Vorlesung vom 12. November 2004

Inhalt

- Numerische Lösung von Anfangswertproblemen: Runge-Kutta-Verfahren
- Konsistenz + Stabilität = Konvergenz
- Wahl der Integrationsschrittweite, Schrittweitensteuerung

ToDo

- Übungsblatt 3
- Wiederholung: Spezielle Differentialgleichungen 1. Ordnung

Lust auf mehr ?

- Numerische Lösung von Anfangswertproblemen in Matlab
  vgl. `odedemo` und `help ode45`, `help ode113`

Achtung Raumänderung Di 8-10 HS 3.28 (von-Seckendorff-Platz 1)