

Bemerkung 2.10: Berechnung von Ableitungen

Aufgabe Berechne (oder approximiere) für gegebene Funktion $\Phi : \mathbb{R}^{n_x} \rightarrow \mathbb{R}^{n_x}$
die Funktionswerte der Jacobimatrix $\Phi_x(x) = \frac{\partial \Phi}{\partial x}(x) \in \mathbb{R}^{n_x \times n_x}$.

(1) **Analytische** Ausdrücke (Maple, Mathematica, ...) \rightarrow FORTRAN, C

(2) „**Automatische**“ („algorithmische“) Differentiation (ADIFOR, ADOL-C, ...)

Quelltext (C, FORTRAN)

$$x \mapsto \Phi(x)$$



Quelltext

$$x \mapsto \frac{\partial \Phi}{\partial x}(x)$$

(3) „**Numerische**“ Differentiation, Differenzenapproximation

$$\frac{\partial \Phi}{\partial x_j}(x) \approx \frac{\Phi(x + \Delta e_j) - \Phi(x)}{\Delta}, \quad (j = 1, \dots, n_x)$$

e_j ... j -ter Einheitsvektor

Δ ... Parameter ($|\Delta| \ll 1$)

Wahl des Inkrements?

$$\Delta := \sqrt{\text{eps}} \cdot \max \{ |x_j|, \sqrt[4]{\text{eps}} \}$$

