

Bemerkung 2.25: Parameterabhängige Probleme

Der allgemeine Fall:

Satz Sei $F \in C^r(\mathbb{R}^l \times \mathbb{R}, \mathbb{R}^l)$ mit $r \geq 2$ und $F(0, \mu) = 0$, ($\mu \in \mathbb{R}$).
Ist $dF(0, \mu)|_{\mu=\mu_0}$ singular und

$$\ker dF(0, \mu_0) = \text{span} \{ \eta \} = \{ \lambda \eta : \lambda \in \mathbb{R} \}$$

für einen Vektor $\eta \in \mathbb{R}^l$, dann hat das parameterabhängige nicht-lineare Gleichungssystem $F(0, \mu) = 0$ für $\mu = \mu_0 + \mathcal{O}(\varepsilon)$ und $\varepsilon \ll 1$ eine Lösung $u = u(\varepsilon) = \varepsilon \eta + \mathcal{O}(\varepsilon^2)$, $u \in C^{r-1}$, falls

$$\frac{d}{d\mu} \left(dF(0, \mu) \right) \Big|_{\mu=\mu_0} \cdot \eta \notin \text{im} \left(dF(0, \mu_0) \right).$$

