

## $L^2$ -Fehlerabschätzungen

### Definition 5.49: Adjungierte Randwertaufgabe.

Die zu (5.4)/(5.7) adjungierte Randwertaufgabe ist definiert durch die Bilinearform

$$(u, v) \mapsto a(v, u) \quad \text{für } u, v \in V := \{v \in H^1(\Omega) : v = 0 \text{ auf } \Gamma_3\}.$$

Sie heißt *regulär*, wenn zu jedem  $f \in L^2(\Omega)$  eine eindeutig bestimmte Lösung  $u = u_f \in V$  von

$$a(v, u) = \langle f, v \rangle_0, \quad (v \in V) \quad (5.11)$$

existiert und  $u_f \in H^2(\Omega)$  sowie  $\|u_f\|_2 \leq C \|f\|_0$  mit einer Konstanten  $C > 0$  erfüllt.

### Satz 5.50: Satz von Aubin und Nitsche (1967/68).

Zusätzlich zu den Voraussetzungen von Satz 5.47 sei das adjungierte Randwertproblem zu (5.4)/(5.7) regulär. Dann gilt für die Galerkin-Lösung:

- $\|u - u_h\|_0 \leq C h \|u - u_h\|_1,$
- $\|u - u_h\|_0 \leq C h \|u\|_1,$
- $\|u - u_h\|_0 \leq C h^{k+1} |u|_{k+1},$  falls  $u \in H^{k+1}(\Omega).$

