

## Bemerkung 9.12: Gedämpftes Newtonverfahren

gesucht Nullstelle von  $f(x) = \arctan x$

Klassisches Newtonverfahren  $x_{k+1} = x_k + p_k$  mit  $p_k := -\frac{f(x_k)}{f'(x_k)}$

$k$	$x_k$	$f(x_k)$	$f'(x_k)$
0	1.0000E + 001	1.4711E + 000	9.9010E - 003
1	-1.3858E + 002	-1.5636E + 000	5.2066E - 005
2	2.9892E + 004	1.5708E + 000	1.1191E - 009
3	-1.4035E + 009	-1.5708E + 000	5.0764E - 019
4	3.0943E + 018	1.5708E + 000	1.0444E - 037
5	-1.5040E + 037	-1.5708E + 000	4.4209E - 075
6	3.5531E + 074	1.5708E + 000	7.9212E - 150
7	-1.9830E + 149	-1.5708E + 000	2.5430E - 299
8	6.1770E + 298		



## Bemerkung 9.12: Gedämpftes Newtonverfahren (II)

gesucht Nullstelle von  $f(x) = \arctan x$

Gedämpftes Newtonverfahren  $x_{k+1} = x_k + \lambda_k p_k$  mit  $p_k := -\frac{f(x_k)}{f'(x_k)}$

Ansatz

Wähle  $\lambda_k$  so, dass  $|f(x_{k+1})| < |f(x_k)|$  und  $\lambda_k$  ausreichend groß.

**Strategie 1**

$$\left| \frac{f(x_k + \lambda_k^{(l)} p_k)}{f'(x_k)} \right| < |p_k|$$

**Strategie 2**

$$\left| \frac{f(x_k + \lambda_k^{(l)} p_k)}{f'(x_k)} \right| \leq \left(1 - \frac{\lambda_k^{(l)}}{2}\right) |p_k|$$



# Bemerkung 9.12: Gedämpftes Newtonverfahren (III)

$k$	$l$	$x_k$	$f(x_k)$	$f'(x_k)$	$\lambda_k^{(l)}$	$x_k + \lambda_k^{(l)} p_k$	$\left  \frac{f(x_k + \lambda_k^{(l)} p_k)}{f'(x_k)} \right $	$ p_k $
0	0	1.0E + 01	1.5E + 00	9.9E - 03	1.0	-1.4E + 02	1.5792E + 02	-1.49E + 02
	1				1/2	-6.4E + 01	1.5708E + 02	
	2				1/4	-2.7E + 01	1.5493E + 02	
	3				1/8	-8.6E + 00	1.4692E + 02	
1	0	-8.6E + 00	-1.5E + 00	1.3E - 02	1.0	1.0E + 02	1.1627E + 02	1.08E + 02
	1				1/2	4.6E + 01	1.1539E + 02	
	2				1/4	1.9E + 01	1.1300E + 02	
	3				1/8	5.0E + 00	1.0224E + 02	
2	0	5.0E + 00	1.4E + 00	3.9E - 02	1.0	-3.0E + 01	3.9569E + 01	-3.53E + 01
	1				1/2	-1.3E + 01	3.8393E + 01	
	2				1/4	-3.9E + 00	3.3886E + 01	
3	0	-3.9E + 00	-1.3E + 00	6.3E - 02	1.0	1.7E + 01	2.3983E + 01	2.09E + 01
	1				1/2	6.6E + 00	2.2524E + 01	
	2				1/4	1.4E + 00	1.4896E + 01	
4	0	1.4E + 00	9.4E - 01	3.5E - 01	1.0	-1.3E + 00	2.6536E + 00	-2.69E + 00
5	0	-1.3E + 00	-9.3E - 01	3.6E - 01	1.0	1.2E + 00	2.4497E + 00	2.55E + 00
6	0	1.2E + 00	8.9E - 01	4.0E - 01	1.0	-1.0E + 00	1.9636E + 00	-2.22E + 00
7	0	-1.0E + 00	-7.8E - 01	5.0E - 01	1.0	5.6E - 01	1.0240E + 00	1.56E + 00
8	0	5.6E - 01	5.1E - 01	7.6E - 01	1.0	-1.1E - 01	1.4873E - 01	-6.78E - 01
9	0	-1.1E - 01	-1.1E - 01	9.9E - 01	1.0	9.7E - 04	9.7844E - 04	1.14E - 01
10	0	9.7E - 04	9.7E - 04	1.0E + 00	1.0	-6.0E - 10	6.0104E - 10	-9.66E - 04
11	0	-6.0E - 10						



# Bemerkung 9.12: Gedämpftes Newtonverfahren (IV)

gesucht Nullstelle von  $f(x) = \arctan x$

Gedämpftes Newtonverfahren  $x_{k+1} = x_k + \lambda_k^{(l)} p_k$  mit  $p_k := -\frac{f(x_k)}{f'(x_k)}$

$$\left| \frac{f(x_k + \lambda_k^{(l)} p_k)}{f'(x_k)} \right| \leq \left(1 - \frac{\lambda_k^{(l)}}{2}\right) |p_k|$$

$k$	$l$	$x_k$	$f(x_k)$	$f'(x_k)$	$\lambda_k^{(l)}$	$x_k + \lambda_k^{(l)} p_k$	$\left  \frac{f(x_k + \lambda_k^{(l)} p_k)}{f'(x_k)} \right $	$ p_k $
0	0	1.0E - 01	1.5E + 00	9.9E - 03	1.0	-1.4E + 02	1.5792E + 02	-1.49E + 02
	1				1/2	-6.4E + 01	1.5708E + 02	
	2				1/4	-2.7E + 01	1.5493E + 02	
	3				1/8	-8.6E + 00	1.4692E + 02	
	4				1/16	7.1E - 01	6.2593E + 01	
1	0	7.1E - 01	6.2E - 01	6.6E - 01	1.0	-2.2E - 01	3.2928E - 01	-9.35E - 01
2	0	-2.2E - 01	-2.2E - 01	9.5E - 01	1.0	7.2E - 03	7.5510E - 03	2.29E - 01
3	0	7.2E - 03	7.2E - 03	1.0E + 00	1.0	-2.5E - 07	2.4856E - 07	-7.20E - 03
4	0	-2.5E - 07	-2.5E - 07	1.0E + 00	1.0	1.0E - 20	1.0217E - 20	2.49E - 07
5	0	1.0E - 20	1.0E - 20	1.0E + 00	1.0	0.0E + 00	0.0000E + 00	-1.02E - 20
6	0	0.0E + 00						

