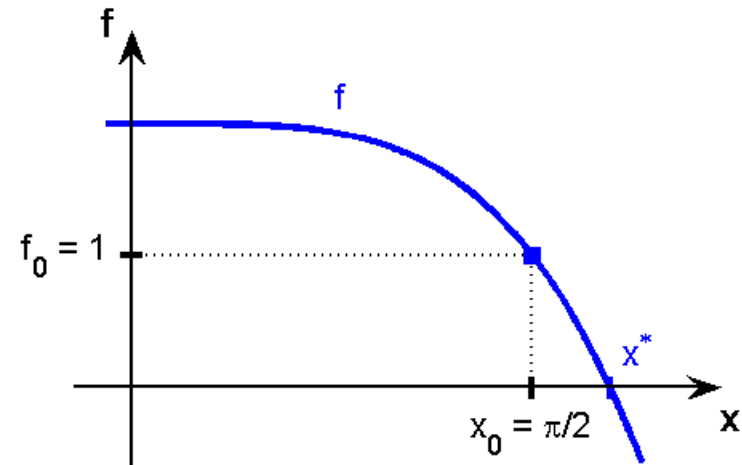


Bem. 9.13: Vereinfachtes Newtonverfahren

gesucht

Kleinste positive Lösung von

$$f(x) = \cos x \cosh x + 1 = 0$$



Newtonverfahren

$$x_{k+1} = x_k - \frac{f(x_k)}{f'(x_k)}, \quad \text{Startwert } x_0 := \frac{\pi}{2}$$

k	x_k	$f(x_k)$	$f'(x_k)$	$ x_k - x^* $
0	1.570796326794897	1.0000E + 00	-2.5092	3.0431E - 01
1	1.969333142133283	-4.1751E - 01	-4.7298	9.4229E - 02
2	1.881060554590512	-2.4757E - 02	-4.1744	5.9565E - 03
3	1.875129963043149	-1.0716E - 04	-4.1383	2.5894E - 05
4	1.875104069204172	-2.0368E - 09	-4.1381	4.9221E - 10
5	1.875104068711961	2.2204E - 16	-4.1381	< 1.0E - 16
6	1.875104068711961			



Bem. 9.13: Vereinfachtes Newtonverfahren (II)

gesucht Kleinste positive Lösung von $f(x) = \cos x \cosh x + 1 = 0$.

Vereinfachtes Newtonverfahren
$$x_{k+1} = x_k - \frac{f(x_k)}{f'(x_k)}$$

Startwert $x_0 = 2.0$: (x_k) konvergiert linear mit $\alpha \approx 0.16$.

k	x_k	$f(x_k)$	$f'(x_k)$	$ x_k - x^* $
0	2.0000000000000000	-5.6563E-01	-4.9303	1.2490E-01
1	1.885274674997890	-4.2402E-02		1.0171E-02
2	1.876674249774155	-6.5051E-03		1.5702E-03
3	1.875354824372530	-1.0379E-03		2.5076E-04
4	1.875144317977280	-1.6656E-04		4.0249E-05
5	1.875110534418510	-2.6756E-05		6.4657E-06
6	1.875105107508024	-4.2987E-06		1.0388E-06
7	1.875104235610924	-6.9065E-07		1.6690E-07
8	1.875104095527000	-1.1096E-07		2.6815E-08
9	1.875104073020237	-1.7828E-08		4.3083E-09
10	1.875104069404156	-2.8644E-09		6.9220E-10



Bem. 9.13: Vereinfachtes Newtonverfahren (III)

gesucht Kleinste positive Lösung von $f(x) = \cos x \cosh x + 1 = 0$.

Vereinfachtes Newtonverfahren
$$x_{k+1} = x_k - \frac{f(x_k)}{f'(x_k)}$$

Startwert $x_0 = \pi/2$: (x_k) konvergiert linear mit $\alpha \approx 0.65$.

k	x_k	$f(x_k)$	$f'(x_k)$	$ x_k - x^* $
0	1.570796326794897	1.0000E + 00	-2.5092	3.0431E - 01
1	1.969333142133283	-4.1751E - 01		9.4229E - 02
2	1.802938787863725	2.8309E - 01		7.2165E - 02
3	1.915761753759818	-1.7332E - 01		4.0658E - 02
4	1.846688134029678	1.1515E - 01		2.8416E - 02
5	1.892580923809663	-7.3253E - 02		1.7477E - 02
6	1.863386753854851	4.8072E - 02		1.1717E - 02
7	1.882545193155160	-3.0961E - 02		7.4411E - 03
8	1.870206143078939	2.0195E - 02		4.8979E - 03
9	1.878254787141379	-1.3068E - 02		3.1507E - 03
10	1.873046598671781	8.5012E - 03		2.0575E - 03



Bem. 9.13: Vereinfachtes Newtonverfahren (IV)

gesucht Kleinste positive Lösung von $f(x) = \cos x \cosh x + 1 = 0$.

Vereinfachtes Newtonverfahren

mit Neuberechnung von $f'(x_k)$ in jedem fünften Iterationsschritt

Deutlich besseres Konvergenzverhalten: $\alpha \approx 0.025$ für $k \geq 5$

k	x_k	$f(x_k)$	$f'(x_k)$	$ x_k - x^* $
0	1.570796326794897	1.0000E + 00	-2.5092	3.0431E - 01
1	1.969333142133283	-4.1751E - 01		9.4229E - 02
2	1.802938787863725	2.8309E - 01		7.2165E - 02
3	1.915761753759818	-1.7332E - 01		4.0658E - 02
4	1.846688134029678	1.1515E - 01		2.8416E - 02
5	1.892580923809663	-7.3253E - 02	-4.2450	1.7477E - 02
6	1.875324505147979	-9.1234E - 04		2.2044E - 04
7	1.875109582992217	-2.2819E - 05		5.5143E - 06
8	1.875104207501406	-5.7433E - 07		1.3879E - 07
9	1.875104072205700	-1.4458E - 08		3.4937E - 09
10	1.875104068799909	-3.6394E - 10	-4.1381	8.7948E - 11

